Задание № 21 Непрерывность функции

*Задание может быть выполнено либо в формате документа Word, либо в виде фотографии выполненного на бумаге решения.*

Пусть  - предельная точка множества .

**М17.1.1 Определение.** Функция  называется *непрерывной в точке* , если .

*Замечание 1.* Приведенное определение непрерывности подразумевает, вообще говоря, три допущения: 1) функция  определена в точке ; б) существует конечный предел ; в) значение предела  совпадает со значением функции  в точке .

*Замечание 2.* Из М17.1.1 видно, что при вычислении предела от непрерывной функции достаточно подставить предельное значение  в функцию, находящуюся под знаком предела.

Развернутое определение непрерывности на языке  (определение непрерывности по Коши) выглядит так (просто расшифровано понятие предела из определения М17.1.1):

**М16.1.2 Определение.** Функция  называется непрерывной в точке , если для  .

**М17.3.1 Определение.** Если функция не является непрерывной в некоторой точке множества (области определения функции), то такая точка называется *точкой разрыва* функции.

**М17.3.2** *Замечание.* На языке  разрывность функции в точке  записывается так:

  .

Допустим, функция  определена в точке . Тогда для непрерывности функции  в точке  необходимо и достаточно, чтобы в этой точке существовали оба односторонних предела, оба были конечны и совпадали со значением функции в этой точке. Значит, для разрывности функции в точке  достаточно нарушения хотя бы одного из перечисленных условий. В связи с этим различают три вида точек разрыва:

**М17.3.3 Определение (Классификация разрывов)**

- точка  называется *точкой устранимого разрыва* функции , если ;

- точка  называется *точкой разрыва первого рода* функции , если ;

- точка  называется *точкой разрыва второго рода* функции  во всех остальных случаях.

**М17.3.4** *Замечание.* В определении точек разрыва первого и второго рода вообще не фигурирует значение функции . Значит, в этих случаях не важно, определена функция  в точке  или нет. Если же в точке  функция  не определена, но при этом  то можно говорить об устранимом разрыве функции в этой точке.

**М17.3.5 Пример.** Функция  имеет в точке  устранимый разрыв, функции  и  имеют в точке  разрывы первого рода, функции ,  и  имеют в точке  разрывы второго рода.

|  |  |
| --- | --- |
| Примеры разрывов функции в точке 0 | |
| 3.jpg | 4.jpg |
| 5.jpg | 6.jpg |
| 7.jpg | 8.jpg |

**Самостоятельная работа:**

1. Исследовать непрерывность функций: а) ; б) ; в) ; г) ;
2. Исследовать непрерывность функций: а) ; б) ; в) ;
3. Исследовать непрерывность функций: а) ; б) ; в) ; г) ;
4. Исследовать непрерывность сложных функций: а) ; б) ; в) ; г) ; д) ; е) ;
5. Исследовать непрерывность сложных функций, представить эскиз поведения функции в окрестности точек разрыва: а) ; б) ;
6. При каком значении числа  функция  будет непрерывной?